A FIRST COURSE IN LINEAL ALGEBRA

EJERCICIO C30 B

Find a basis for the vector space P_3 composed of eigenvectors of the linear transformation T. Then find a matrix representation of T relative to this basis.

Bucar una base para el espacio del vector P3 compuesto por vectores propios de la transformacion lineal T. A continuacion encontrara una representacion de la matriz T con respecto a esta base.

$$a + \mathrm{bx} + \mathrm{cx}^2 + \mathrm{dx}^3 = (a + c + d) + (b + c + d)x + (a + b + c)x^2 + (a + b + d)x^3$$

SOLUCION:

With the domain and codomain being identical, we will build a matrix representation using the same basis for both the domain and codomain. The eigenvalues of the matrix representation will be the eigenvalues of the linear transformation, and we can obtain the eigenvectors of the linear transformation by un-coordinatizing (⟨acronymref | theorem | EER⟩). Since the method does not depend on *which* basis we choose, we can choose a natural basis for ease of computation, say,

Con el dominio y Codominio Identico, construimos una matriz de representacion utilizando la misma base para el dominio y el codominio. Los valores propios de la matriz será la representación de valores propios de la transformación lineal, y podemos obtener los vectores propios de la transformacion lineal por des- coordinatizing. Dado que el método no depende de la base que elegimos, podemos elegir una base natural para la facilidad de cómputo; por ejemplo,

$$B = \{1, x, x_{2,} x_3\}$$

The matrix representation is then,

La representacion de la matriz es entonces,

$$\begin{pmatrix} 1\,0\,1\,1 \\ 0\,1\,1\,1 \\ 1\,1\,1\,0 \\ 1\,1\,0\,1 \end{pmatrix}$$

The eigenvalues and eigenvectors of this matrix were computed in ⟨acronymref|example|ESMS4⟩. A basis for ⟨complex|4⟩, composed of eigenvectors of the matrix representation is,

Los valores propios y vectores propios de esta matriz se computaron en ⟨acronymref | example | ESMS4⟩. A base de ⟨complex | 4⟩,Compuesta de vectores propios de la matriz de representación es,

$$C = \begin{pmatrix} 1 - 1 & 0 - 1 \\ 1 \quad 1 & 0 - 1 \\ 1 \quad 0 - 1 & 1 \\ 1 \quad 0 \quad 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Applying ⟨vectrepinvname | B⟩ to each vector of this set, yields a basis of P_3 composed of eigenvectors of T,

Aplicando cada vector de esta Serie, El rendimiento de una base de P3 compuesto por vectores propios de T,

$$D = 1 + x + x^2 + x^3, -1 + x,\ -x^2 + x^3,\ -1 - x + x^2 + x^3$$

The matrix representation of T relative to the basis D will be a diagonal matrix with the corresponding eigenvalues along the diagonal, so in this case we get

La matriz de representacion de T relatico a la base D sera una matriz diagonal de valores propios con la correspondiente a lo largo de la diagonal, de modo que en este caso obtenemos

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Contributed by Robert Rezeer

Contribuido por Robert Rezeer

Traducido Por Sandra Milena Gomez